

Entwicklung von Materialien für die Begabtenförderung in Mathematik

Dr. H.-J. Feldhoff <jochen@feldhoff-online.de>

MINTvernetzt Aktionswoche, 24.11.2021

Agenda

- ▶ Vorstellung
- ▶ Begabungsförderung in Mathematik – Überblick und Grundlegendes
- ▶ Ausgewählte Beispiele – Vorstellung
- ▶ interaktives Arbeiten auf [geogebra.org](https://www.geogebra.org)
- ▶ Resümee

Links zu den Vortragsmaterialien werden bereitgestellt

Kontakt: jochen@feldhoff-online.de

Begabtenförderung

Jeder ist ein Genie! Aber wenn du einen Fisch danach beurteilst, ob er auf einen Baum klettern kann, wird er sein ganzes Leben glauben, dass er dumm ist.

Albert Einstein

Begabungsförderung

integrativ oder **separativ** ?

Akzeleration oder **Enrichment** ?

außerschulische Begabungsförderung in
Mathematik

außerschulische Begabungsförderung in Mathematik

- ▶ Wettbewerbe
- ▶ Arbeitsgemeinschaften, Projekte an Hochschulen
- ▶ Forschungsprojekte für Schülerinnen und Schüler
- ▶ MINT-Projekte
- ▶ Schülerakademien
- ▶ Korrespondenzzirkel

[Begabungslotse](#) (Bildung & Begabung)

Bundesweite Mathematikwettbewerbe

- ▶ Bundeswettbewerb Mathematik
- ▶ Mathematik-Olympiade
- ▶ Internationale Mathematik-Olympiade
- ▶ Jugend trainiert Mathematik

gefördert von: BMBF, KMK, Stifterverband

Träger: Bildung & Begabung

www.mathe-wettbewerbe.de

Kölner Mathe AG

- ▶ gegründet 2004
- ▶ monatliche Treffen samstags 10-13 Uhr
- ▶ ca. 20 Schüler:innen aus dem Raum Köln, JgSt. 6-12
- ▶ Kooperation mit dem Institut für Mathematikdidaktik der Universität zu Köln
 - Räume, Lehrkörper
- ▶ ehrenamtliche Mitwirkende
 - derzeit 16 Mitwirkende, abwechselnd in Zweierteams – Verstärkung immer willkommen!
 - inhaltliche Qualität hat Vorrang vor Öffentlichkeitsarbeit, daher: ehrenamtliche Unterstützung zur Modernisierung des Internetauftritts gesucht!

www.mathe-ag-koeln.de

info@mathe-ag-koeln.de

adressatengerechte Angebote

bundesweite Projekte

(z.B. Deutsche SchülerAkademie, Bundeswettbewerbe, IMO-Vorbereitung, JuMa)

- bundesweite Auswahl, Elitebildung
- außerordentliche Leistungsfähigkeit und -bereitschaft
- hohe Motivation
- hohe Frustrationstoleranz

Inhalte reichen an Hochschulniveau heran

regionale Projekte

(z.B. Regionalrunden der Wettbewerbe, lokale Mathe-AGs oder Wochenendkurse)

- heterogene Lerngruppen
- verschiedene Altersgruppen
- nicht alle gleich motiviert

ansprechende und zugängliche Gestaltung

inhaltsverwandte Themen werden auf verschiedenen Niveaus angeboten

Prinzipien der Themenauswahl

- ▶ Rückgriff und Vorgriff auf Standard-Schulstoff vermeiden
- ▶ einfacher Zugang
- ▶ breite innermathematische Vernetzung

Geeignete Gebiete z.B.

- ▶ Elementargeometrie
- ▶ Zahlentheorie
- ▶ Graphentheorie
- ▶ Kombinatorik
- ▶ Strategiespiele

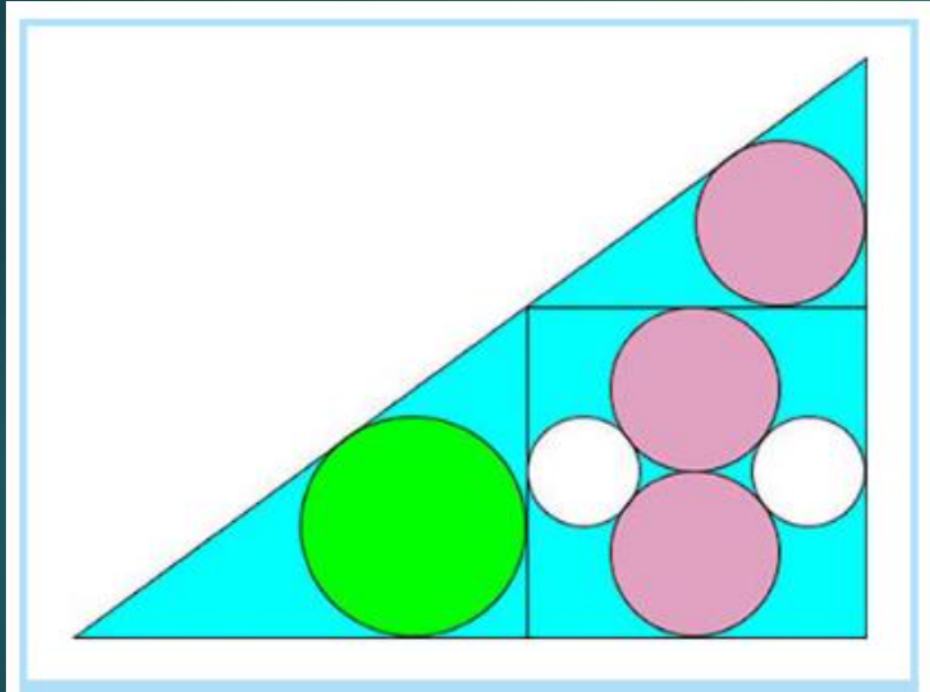
Prinzipien der Aufgabengestaltung

- ▶ **Einstiegsaufgabe**
 - leicht verständlich, weckt Neugier und Interesse
- ▶ **Verständliche Formulierung**
 - kein Ballast durch verfrühten Einsatz von Fachsprache / Formalismus
 - enaktiver Zugang, Entwicklung einer „Werkstattsprache“
- ▶ **Förderung von Kreativität**
 - offene Aufgaben
 - eigene Fragestellungen aufwerfen und verfolgen
 - eigene Ideen entwickeln
- ▶ **reichhaltige mathematische Substanz**
 - Variationspotential
 - Anschlussfragestellung: Vertiefung in verschiedene Richtungen

Mathematikgehalt

- ▶ fundamentale Ideen und Begriffe (z.B. Symmetrie)
- ▶ Problemlösestrategien (z.B. Analogie, Spezialisierung, Verallgemeinerung,...)
- ▶ typische Beweisstrategien (z.B. Schubfachprinzip)
- ▶ Erkennen von Strukturen (z.B. bei Parkettierungen)
- ▶ räumliches Denken (z.B. Kugelgeometrie)
- ▶ systematisches lokales Ordnen
- ▶ Hinführung in ein ganzes Themengebiet (z.B. Zahlentheorie)
- ▶ Vernetzung

Sangaku

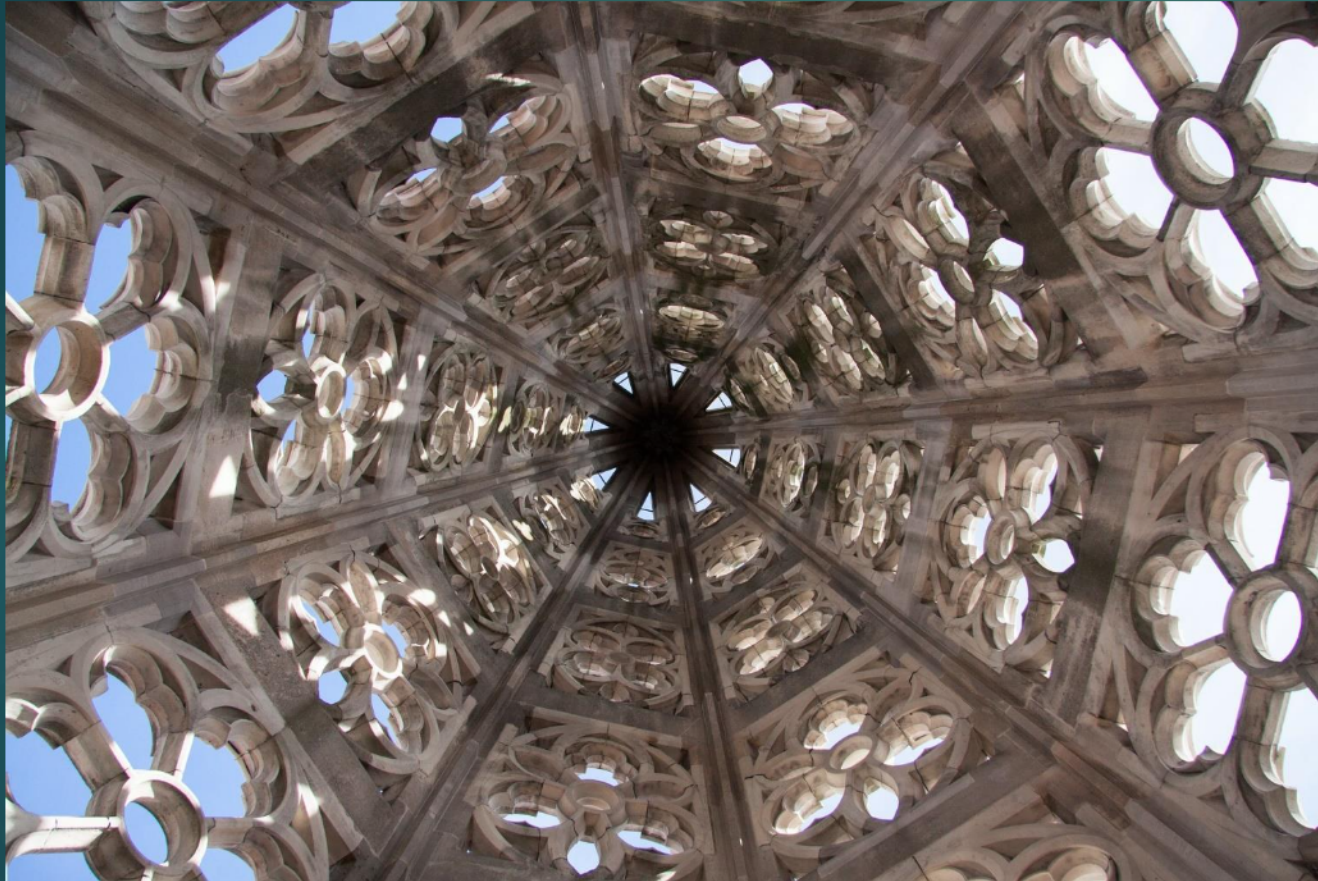


Ingmar Rubin, MNU 72(6)
[Vortrag](#) + [Workshop](#) MNU Berlin 2017
www.zum.de

Beim mathematischen Problemlösen geht es nicht nur um das Resultat. Vielmehr können daran mathematische Arbeitsprozesse exemplarisch sichtbar gemacht werden. Diese reichen von der ersten Annäherung zu überraschenden Querverbindungen, von der Suche nach einer stringenten Beweisführung bis zu möglichen Variationen und Verallgemeinerungen.

Michael Neubrand, MNU 73(6)

Symmetrie



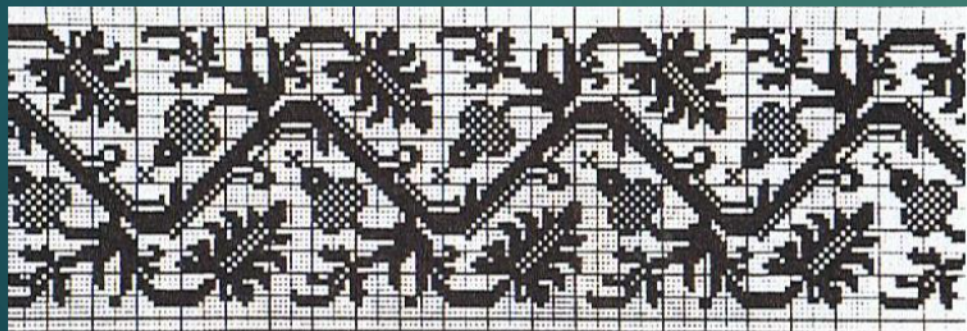
Die Symmetrie ist eine weit zu fassende Idee, sie ist sozusagen kosmisches Prinzip.

Heinrich Winter

Symmetrie [...] ist eine Idee, vermöge derer der Mensch durch die Jahrtausende seiner Geschichte versucht hat, Ordnung, Schönheit und Vollkommenheit zu begreifen und zu schaffen.

Hermann Weyl

Streifensymmetrie (Friesmuster)



Arithmetische Friesmuster

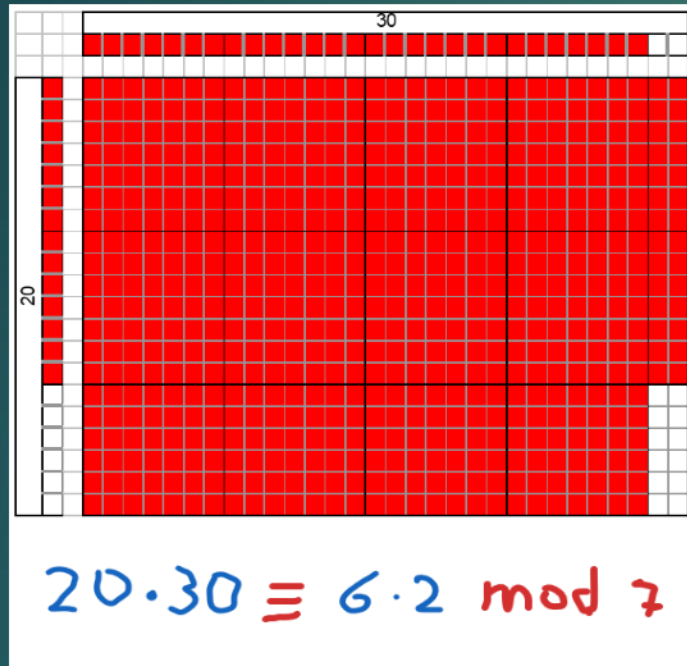
	0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0					
1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1				
	1		2		3		2		1		4		1		4		1		2		3		2		1		4		1	
3		1		5		5		1		3		3		3		3		1		5		5		1		3		3		
	2		2		8		2		2		2		2		2		2		2		8		2		2		2		8	
3		3		3		3		3		1		5		5		1		3		3		3		3		3		1		5
	2		4		1		4		1		2		3		2		1		4		1		4		1		2		3	
1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1
	0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0	

[H. S. M. Coxeter: Frieze Patterns](#)

Rechnen in Restklassen

-42	-41	-40	-39	-38	-37	-36
-35	-34	-33	-32	-31	-30	-29
-28	-27	-26	-25	-24	-23	-22
-21	-20	-19	-18	-17	-16	-15
-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8
-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
0	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34
35	36	37	38	39	40	41
42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55

Rechnen in Restklassen



1	2	3	4	5	6
2	4	6	1	3	5
3	6	2	5	1	4
4	1	5	2	6	3
5	3	1	6	4	2
6	5	4	3	2	1

z.B. als Einstieg in die Zahlentheorie ...

Rechnen in Restklassen

8	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	0
2	0	2	4	6	0	2	4	6	0
3	0	3	6	1	4	7	2	5	0
4	0	4	0	4	0	4	0	4	0
5	0	5	2	7	4	1	6	3	0
6	0	6	4	2	0	6	4	2	0
7	0	7	6	5	4	3	2	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0

10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	0	2	4	6	8	0	2	4	6	8	0
3	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7	0
4	0	4	8	2	6	0	4	8	2	6	0
5	0	5	0	5	0	5	0	5	0	5	0
6	0	6	2	8	4	0	6	2	8	4	0
7	0	7	4	1	8	5	2	9	6	3	0
8	0	8	6	4	2	0	8	6	4	2	0
9	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

12	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0
2	0	2	4	6	8	10	0	2	4	6	8	10	0
3	0	3	6	9	0	3	6	9	0	3	6	9	0
4	0	4	8	0	4	8	0	4	8	0	4	8	0
5	0	5	10	3	8	1	6	11	4	9	2	7	0
6	0	6	0	6	0	6	0	6	0	6	0	6	0
7	0	7	2	9	4	11	6	1	8	3	10	5	0
8	0	8	4	0	8	4	0	8	4	0	8	4	0
9	0	9	6	3	0	9	6	3	0	9	6	3	0
10	0	10	8	6	4	2	0	10	8	6	4	2	0
11	0	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Rechnen in Restklassen

8	1	3	5	7	8
1	1	3	5	7	
3	3	1	7	5	
5	5	7	1	3	
7	7	5	3	1	
8					

10	1	3	7	9	10
1	1	3	7	9	
3	3	9	1	7	
7	7	1	9	3	
9	9	7	3	1	
10					

12	1	5	7	11	12
1	1	5	7	11	
5	5	1	11	7	
7	7	11	1	5	
11	11	7	5	1	
12					

$$\varphi(8) = \varphi(10) = \varphi(12) = 4$$

Wie viele Gruppen der Ordnung 4 gibt es ?

Materialien online bei GeoGebra

Zugänge zu den Materialien:

Variante a):

Beitritt einer GeoGebra Gruppe für diesen Workshop

- ▶ Auf www.geogebra.org registrieren und anmelden
- ▶ in die Adresszeile www.geogebra.org/groups eingeben
- ▶ Gruppencode NXN3S eingeben und beitreten

Sie sehen dann die Aufgabengruppen „Restklassen“ und „Arithmetische Friesmuster“ aus Schülersicht

Materialien online bei GeoGebra

Zugänge zu den Materialien:

Variante b): Direkter Zugriff (mit Lösungen) über [geogebra.org](https://www.geogebra.org)

Arithmetische Friesmuster



<https://www.geogebra.org/m/tzauqren>

Rechnen in Restklassen



<https://www.geogebra.org/m/hdmtaeum>



Danke für Ihre Aufmerksamkeit!

Dr. H.-J. Feldhoff <jochen@feldhoff-online.de>

MINTvernetzt Aktionswoche, 24.11.2021